

## باسمه تعالی

نام و نام خانوادگی:

تاریخ آزمون: ۹۶/۱۰/۱۳

نام مدرسه:

نام درس: حسابان پایه یازدهم

توجه! لطفا سوالات را در کادر مشخص شده با خط خوش پاسخ دهید. (پاسخ های خارج از کادر تصحیح نخواهد شد)

(۱ نمره)

سوال ۱

جای خالی را با عبارت مناسب تکمیل کنید. (هر بخش ۰/۲۵ نمره)

الف) مجموعه جواب نامعادله  $|x - 3| < 1$  به صورت بازه‌ی (۲ و ۴) است.

ب) اگر  $f(x) = [x + 1]$  باشد، حاصل  $f(\sqrt{5})$  برابر با ۳ است.

ج) ماکسیمم مقدار تابع  $f(x) = -2x^2 + 4x + 1$  برابر با ۳ است.

د) اگر  $A(-3, -4)$  و  $B(1, 2)$  و  $AB$  قطر دایره ای باشد، شعاع دایره  $2\sqrt{13}$  است.

(۱ نمره)

سوال ۲

در دنباله حسابی ... ، ۱۱ ، ۸ ، ۵ حداقل چند جمله آن را با هم جمع کنیم تا حاصل از ۴۹۳ بیشتر شود؟

$$S_n = \frac{n}{2} (a_1 + a_n) \quad (نمره ۰/۲۵) = \frac{n}{2} (2a_1 + (n-1)d)$$

$$\frac{n}{2} (10 + 3(n-1)) > 493 \quad (نمره ۰/۲۵)$$

$$3n^2 + 7n - 986 > 0 \quad (نمره ۰/۲۵) \rightarrow \frac{-7+109}{6} < n \rightarrow 17 < n \quad (نمره ۰/۲۵) \quad \text{دست کم ۱۸ جمله}$$

(۱ نمره)

سوال ۳

مجموع چند جمله اول از دنباله هندسی ... ، ۲۴ ، ۱۲ ، ۶ برابر با ۱۲۶ خواهد شد؟

$$S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1} \quad (نمره ۰/۲۵) \Rightarrow -126 = \frac{6((-2)^n - 1)}{-2 - 1} \quad (نمره ۰/۲۵) \Rightarrow 63 = (-2)^n - 1 \Rightarrow 64 = (-2)^n \Rightarrow n = 6 \quad (نمره ۰/۵)$$

(۱/۵ نمره)

سوال ۴

اگر  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه های معادله  $x^2 - 5x + 3 = 0$  باشند:

الف) در مورد علامت دو ریشه معادله، بر حسب مجموع و حاصل ضرب ریشه ها استدلال کنید.

ب) حاصل  $\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha}$  را بیابید.

$$\Delta = b^2 - 4ac = 25 - 12 = 13 > 0 \quad (الف)$$

$$S = \frac{-b}{a} = 5 > 0 \quad (نمره ۰/۲۵)$$

$$P = \frac{c}{a} = 3 > 0 \quad (نمره ۰/۲۵)$$

پس دو ریشه حقیقی مثبت داریم (نمره ۰/۲۵)

$$\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha} = \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha\beta} = \frac{S^2 - 2P}{P} \quad (نمره ۰/۲۵) = \frac{25 - 6}{3} = \frac{19}{3} \quad (نمره ۰/۵) \quad (ب)$$

## باسمه تعالی

نام و نام خانوادگی:

تاریخ آزمون: ۹۶/۱۰/۱۳

نام مدرسه:

نام درس: حسابان پایه یازدهم

سوال ۵

(۲ نمره)

معادلات زیر را حل کنید.

الف)  $\frac{3}{x+2} + \frac{2}{x} = \frac{4x-4}{x^2-4}$

$$x(x-2)(x+2) \left( \frac{3}{x+2} + \frac{2}{x} = \frac{4x-4}{(x-2)(x+2)} \right) \Rightarrow 3x(x-2) + 2(x-2)(x+2) = x(4x-4) \quad (نمره ۰/۲۵)$$

$$\Rightarrow 3x^2 - 6x + 2x^2 - 8 = 4x^2 - 4x \Rightarrow x^2 - 2x - 8 = 0 \rightarrow (x-4)(x+2) = 0 \quad \begin{cases} x = 4 & (نمره ۰/۲۵) \\ x = -2 & \text{غ ق ق} \quad (نمره ۰/۲۵) \end{cases}$$

ب)  $\frac{5}{\sqrt{x+2}} = 2 - \frac{1}{\sqrt{x-2}}$

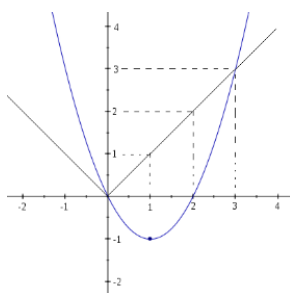
$$\frac{5\sqrt{x-2} - 10 + \sqrt{x+2}}{(\sqrt{x+2})(\sqrt{x-2})} = 2 \quad \text{مخرج مشترک} \quad (نمره ۰/۲۵) \quad 6\sqrt{x} - 8 = 2x - 8 \quad \text{طرفین وسطین} \quad (نمره ۰/۲۵) \rightarrow x = 3\sqrt{x} \quad \begin{cases} x = 0 & (نمره ۰/۲۵) \\ x = 9 & (نمره ۰/۲۵) \end{cases} \quad \mathbb{R} - \{4\}$$

سوال ۶

(۱/۵ نمره)

معادله  $|x| = x^2 - 2x$  را به روش هندسی حل کنید.

$$|x| = x^2 - 2x + 1 - 1 \Rightarrow |x| = (x-1)^2 - 1 \quad (x=0, 3)$$



رسم درست سهمی ۰/۵ نمره

رسم درست قدر مطلق ۰/۵ نمره

دو پاسخ نهایی ۰/۵ نمره

سوال ۷

(۱ نمره)

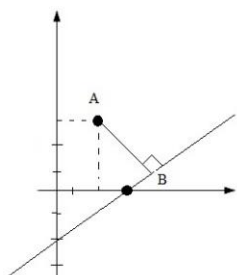
بر روی محور طول ها چه نقاطی وجود دارد که مجموع فاصله های آن ها از دو نقطه به طول ۱- و ۳ روی محور طول ها برابر ۶ بشود؟

$$|x+1| + |x-3| = 6 \quad (نمره ۰/۵) \quad \begin{cases} x < -1 \Rightarrow -x-x-x+3=6 \rightarrow -2x=4 \rightarrow x=-2 & (نمره ۰/۲۵) \\ -1 \leq x \leq 3 \Rightarrow x+1-x+3=6 \rightarrow 4=6 & \text{غیر قابل قبول} \\ 3 < x \Rightarrow x+1+x-3=6 \rightarrow 2x=8 \rightarrow x=4 & (نمره ۰/۲۵) \end{cases}$$

سوال ۸

(۱/۵ نمره)

در مورد مربع ABCD می دانیم معادله خط ضلع BC عبارت است از  $3x - 4y = 9$  و مختصات راس A عبارت است از  $A(2, 3)$ . مساحت مربع و مختصات راس B را بیابید.



$$\text{فاصله } A \text{ از } BC = \frac{|3 \times 2 - 4 \times 3 - 9|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{15}{5} = 3 \quad (نمره ۰/۲۵)$$

$$S = 3^2 = 9 \quad (نمره ۰/۲۵)$$

برای مختصات B کافی است معادله خطی که از A بر BC عمود می شود را بیابیم.

$$m_{BC} = \frac{3}{4} \rightarrow m_{AB} = \frac{-4}{3} \quad (نمره ۰/۲۵)$$

$$AB: y - 3 = \frac{-4}{3}(x - 2) \rightarrow AB: 3y + 4x = 21 \quad (نمره ۰/۲۵)$$

$$B = AB \cap BC = \left( \frac{11}{25}, \frac{27}{25} \right) \quad (نمره ۰/۲۵)$$

البته جواب قابل قبول دیگری هم دارد.

## باسمه تعالی

نام و نام خانوادگی:

تاریخ آزمون: ۹۶/۱۰/۱۳

نام مدرسه:

نام درس: حسابان پایه یازدهم

سوال ۹

(۱ نمره)

آیا هر یک از تساوی های زیر، یک تابع را مشخص می کنند؟ دلیل بیاورید.

الف)  $|2x + 1| + \sqrt{y - 3} = 0$

$\left\{ \begin{array}{l} 2x + 1 = 0 \\ y - 3 = 0 \end{array} \right\} \rightarrow R = \left\{ \left( -\frac{1}{2}, 3 \right) \right\}$  (نمره ۰/۲۵)

تابع هست. (نمره ۰/۲۵)

ب)  $y^2 - 2y = x$

تابع نیست. (نمره ۰/۲۵)

$\left. \begin{array}{l} (0,0) \in f \\ (0,2) \in f \end{array} \right\}$  (نمره ۰/۲۵)

سوال ۱۰

(۱ نمره)

تساوی دو تابع  $f(x) = \sqrt{x^2 - 3x}$  و  $g(x) = \sqrt{x} \cdot \sqrt{x - 3}$  را بررسی کنید.

$D_g = [3, +\infty)$  (نمره ۰/۲۵)

$D_f = (-\infty, 0] \cup [3, +\infty)$  (نمره ۰/۲۵)

تساوی نیستند (نمره ۰/۵) زیرا دامنه شان یکی نیست

سوال ۱۱

(۱/۵ نمره)

نمودار تابع  $f(x) = \begin{cases} \frac{-1}{x} & x < 0 \\ -\sqrt{x+2} & x \geq 0 \end{cases}$  را رسم نموده و دامنه و برد آن را مشخص کنید.

$D_f = \mathbb{R}$  (نمره ۰/۵)

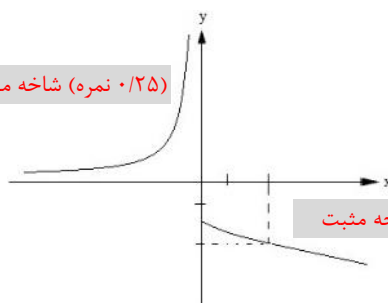
$R_f = (-\infty, -\sqrt{2}] \cup (0, +\infty)$

(نمره ۰/۲۵)

(نمره ۰/۲۵)

(نمره ۰/۲۵) شاخه منفی

(نمره ۰/۲۵) شاخه مثبت



سوال ۱۲

(۱/۵ نمره)

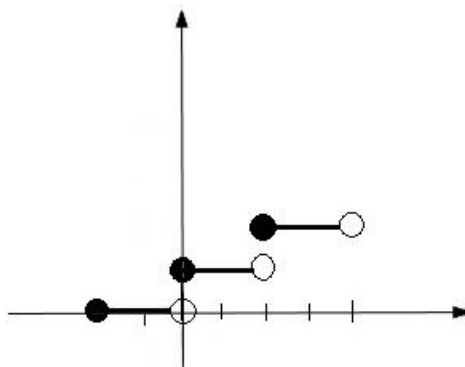
نمودار تابع  $f(x) = \left[ \frac{1}{2}x \right] + 1$  را در بازه  $[-2, 4]$  رسم کنید.

$-2 \leq x < 0 \rightarrow y = -1 + 1 = 0$  (نمره ۰/۲۵)

$0 \leq x < 2 \rightarrow y = 0 + 1 = 1$  (نمره ۰/۲۵)

$2 \leq x < 4 \rightarrow y = 1 + 1 = 2$  (نمره ۰/۲۵)

رسم درست هر شاخه ۰/۲۵ نمره



## باسمه تعالی

نام و نام خانوادگی:

تاریخ آزمون: ۹۶/۱۰/۱۳

نام مدرسه:

نام درس: حسابان پایه یازدهم

سوال ۱۳

( ۱/۵ نمره )

یک به یک بودن تابع  $f(x) = 2 - \sqrt{3x+1}$  را بررسی کرده و سپس وارون آن را به دست آورید.

باید نشان دهیم اگر  $f(a) = f(b)$  آن گاه حتما  $a = b$  می شود.

$$f(a) = f(b) \rightarrow 2 - \sqrt{3a+1} = 2 - \sqrt{3b+1} \rightarrow \sqrt{3a+1} = \sqrt{3b+1} \rightarrow 3a+1 = 3b+1 \rightarrow a = b \quad (\text{نمره } ۰/۲۵)$$

$$y = 2 - \sqrt{3x+1} \rightarrow \sqrt{3x+1} = 2 - y \rightarrow 3x+1 = (2-y)^2 \rightarrow x = \frac{3-4y+y^2}{3} \quad (\text{نمره } ۰/۵)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} f^{-1}(x) = \frac{3-4x+x^2}{3} \quad (\text{نمره } ۰/۲۵) \\ D = (-\infty, 2] \quad (\text{نمره } ۰/۲۵) \end{array} \right.$$

سوال ۱۴

( ۱/۵ نمره )

تنها به یکی از دو سوال زیر پاسخ دهید.

مثلث ABC به راس های  $A(3, 3)$  و  $B(1, 2)$  و  $C(4, 1)$  مفروض است:

(الف) نشان دهید این مثلث قائم الزاویه و متساوی الساقین است.

(ب) معادله خط عمودمنصف پاره خط BC را بیابید.

اگر  $f = \{(-4, 2), (1, 7), (0, 5), (3, -5)\}$

$g = \{(-4, 1), (-2, -5), (0, -3), (3, 0)\}$

(الف) تابع  $\frac{f-g}{2f}$  را به صورت زوج مرتبی معرفی کنید.

(ب) تابع fog را به صورت زوج مرتبی معرفی کنید.

$$AB = \sqrt{(3-1)^2 + (3-2)^2} = \sqrt{5} \quad (\text{نمره } ۰/۲۵) \rightarrow AB = AC$$

$$AC = \sqrt{(3-4)^2 + (3-1)^2} = \sqrt{5} \quad (\text{نمره } ۰/۲۵) \quad \text{متساوی الساقین}$$

$$BC = \sqrt{(4-1)^2 + (2-1)^2} = \sqrt{10}$$

$$m_{AB} = \frac{3-2}{3-1} = \frac{1}{2} \quad m_{AC} = \frac{3-1}{3-4} = -2$$

قائم الزاویه بودن به خاطر رابطه فیثاغورس یا عمود بودن AB و AC (نمره ۰/۵)

$$BC \text{ عمود منصف } \sqrt{(x-1)^2 + (y-2)^2} = \sqrt{(x-4)^2 + (y-1)^2} \Rightarrow$$

$$y = 3x - 6 \quad (\text{نمره } ۰/۵)$$

$$\frac{f-g}{2f} = \left\{ \left(-4, \frac{1}{2}\right), \left(0, \frac{1}{2}\right), \left(3, \frac{1}{2}\right) \right\}$$

(نمره ۰/۲۵) (نمره ۰/۲۵) (نمره ۰/۲۵)

$$f \circ g = \{(-4, 7), (3, 5)\}$$

(نمره ۰/۲۵) (نمره ۰/۲۵)

نبودن هیچ عضو اضافی ۰/۲۵ نمره

سوال ۱۵

( ۱/۵ نمره )

تنها به یکی از دو سوال زیر پاسخ دهید.

معادله رو به رو را حل کنید.  $(x^2 + x + 1)^2 + x^2 + x = 5$

نمودار تابع  $y = 2^{x+1}$  را رسم کرده و دامنه و برد آن را به دست آورید.

$$(x^2 + x + 1)^2 + (x^2 + x + 1) = 6$$

استفاده از مجهول کمکی (نمره ۰/۵)  $A = x^2 + x + 1$

$$A^2 + A - 6 = 0 \quad \begin{cases} A = 2 \quad (\text{نمره } ۰/۲۵) \\ A = -3 \quad (\text{نمره } ۰/۲۵) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + x + 1 = 2 \rightarrow x^2 + x - 1 = 0 \rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2} \quad (\text{نمره } ۰/۲۵) \\ x^2 + x + 1 = -3 \rightarrow x^2 + x + 4 = 0 \rightarrow \Delta < 0 \quad \text{جواب ندارد} \end{cases}$$

(نمره ۰/۲۵)

رسم درست نمودار با نقاط یا انتقال ها ۰/۵ نمره

$$D_f = \mathbb{R} \quad (\text{نمره } ۰/۵)$$

$$R_f = (0, +\infty) \quad (\text{نمره } ۰/۵)$$

