

باسمه تعالی

نام و نام خانوادگی:

تاریخ آزمون: ۹۶/۱۰/۰۹

نام درس: هندسه ۲ - پایه یازدهم - ۱۲۰ دقیقه

نام مدرسه

توجه! لطفا سوالات را در کادر مشخص شده با خط خوش پاسخ دهید. (پاسخ های خارج از کادر تصحیح نخواهد شد)

(۱/۵ نمره)

سوال ۱

مفاهیم زیر را تعریف کنید. (هر بخش ۰/۵ نمره)

الف) چهارضلعی محیطی

یک چهارضلعی را محیطی می گوئیم اگر و فقط اگر دایره ای باشد که به همه ضلع های آن مماس باشد.

ب) چندضلعی منتظم

یک چند ضلعی محدب را منتظم می نامند. هرگاه تمام ضلع های آن هم اندازه و تمام زاویه های آن نیز هم اندازه باشند.

ج) تبدیل هندسی تبدیل T در صفحه P، تابعی است که به هر نقطه A از صفحه P، دقیقاً یک نقطه مانند A' را از صفحه P نظیر می کند و برعکس هر

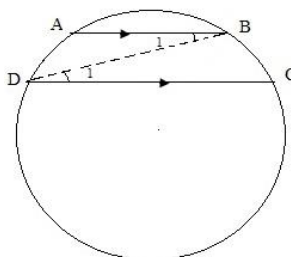
نقطه A' از صفحه P، تصویر دقیقاً یک نقطه A از صفحه P است. اگر تبدیل را با حرف T نمایش دهیم به اختصار چنین می نویسیم: T:P → P, T(A)=A'

(۱ نمره)

سوال ۲

فرض	AB CD
حکم	کمان BC = کمان AD

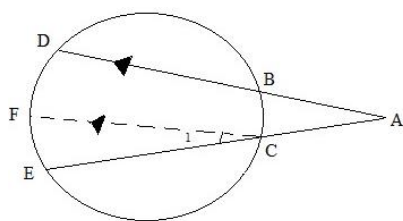
دو وتر از دایره ای با هم موازی هستند. ثابت کنید کمان های بین دو وتر برابرند.
از B به D وصل می کنیم. داریم:



$$\left\{ \begin{array}{l} AB \parallel DC \rightarrow \widehat{B_1} = \widehat{D_1} \quad (0.5 \text{ نمره}) \\ \text{مورب } BD \\ \widehat{B_1} = \frac{\text{کمان } AD}{2} \rightarrow \text{کمان } AD = \text{کمان } BC \quad (0.5 \text{ نمره}) \\ \widehat{D_1} = \frac{\text{کمان } BC}{2} \end{array} \right.$$

(۱ نمره)

سوال ۳



در شکل مقابل ثابت کنید: $\widehat{DAE} = \frac{1}{2}(\text{کمان } DE - \text{کمان } BC)$

حکم: زاویه $\widehat{DAE} = \frac{1}{2}(\text{کمان } DE - \text{کمان } BC)$

از نقطه C خطی به موازات BD رسم می کنیم تا دایره را در نقطه ای مانند F قطع کند. داریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} CF \parallel AD \rightarrow \widehat{C_1} = \widehat{A} \quad (0.5 \text{ نمره}) \\ \text{مورب } AE \\ \widehat{C_1} = \frac{\text{کمان } FE}{2} = \frac{\text{کمان } ED - \text{کمان } FD}{2} = \frac{\text{کمان } ED - \text{کمان } BC}{2} \end{array} \right. \rightarrow \widehat{A} = \frac{1}{2}(\text{کمان } DE - \text{کمان } BC) \quad (0.5 \text{ نمره})$$

(۲ نمره)

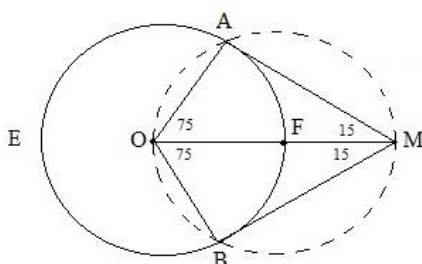
سوال ۴

الف) به کمک خط کش و پرگار از نقطه M خارج دایره، دو مماس MA و MB را بر دایره رسم کنید. (مراحل رسم را توضیح دهید)
ب) اگر نقطه M دایره را با زاویه ۳۰ درجه ببیند ($\widehat{AMB} = 30^\circ$)، کمان های کوچک و بزرگی را که توسط A و B ایجاد می شود، محاسبه کنید.

الف) فرض کنید M نقطه خارج دایره C(O,R) باشد. ابتدا دایره ای به قطر OA رسم می کنیم تا دایره C را در نقطه های A و B قطع کند. (۰/۵ نمره)

حال از نقطه M به نقاط A و B وصل می کنیم. می توان نوشت:

MA و به طریق مشابه MB بر دایره C مماس است \rightarrow زاویه $\angle OAM = 90^\circ \rightarrow$ OM قطر دایره (۰/۵ نمره)



ب)

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{کمان } AEB + \text{کمان } AFB = 360^\circ \\ \text{کمان } AEB - \text{کمان } AFB = 210^\circ \rightarrow \text{کمان } AFB = 150^\circ, 360^\circ - 150^\circ = 210^\circ \end{array} \right. \rightarrow \frac{\text{کمان } AEB - \text{کمان } AFB}{2} = 30^\circ \quad (0.5 \text{ نمره})$$

باسمه تعالی

نام و نام خانوادگی:

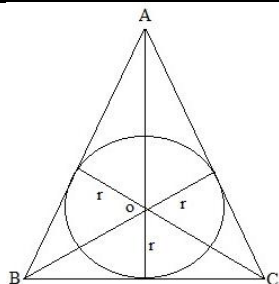
تاریخ آزمون: ۹۶/۱۰/۰۹

نام مدرسه

نام درس: هندسه ۲ - پایه یازدهم - ۱۲۰ دقیقه

سوال ۵

(۱/۵ نمره)



در مثلث ABC ثابت کنید: $S = p \cdot r$

(p نصف محیط مثلث و r شعاع دایره محاطی داخلی مثلث است)

$$S_{ABC} = S_{AOB} + S_{BOC} + S_{AOC} \quad (\text{نمره } 0/5)$$

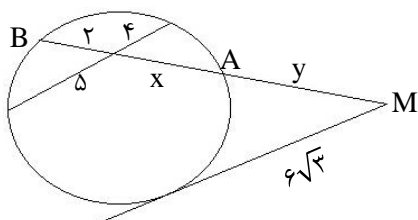
$$S_{ABC} = \frac{1}{2}r(AB) + \frac{1}{2}r(BC) + \frac{1}{2}r(AC) \quad (\text{نمره } 0/5)$$

$$S = \frac{1}{2}r(AB + BC + AC) \rightarrow \frac{1}{2}r(2p) \rightarrow S = rp \quad (\text{نمره } 0/5)$$

سوال ۶

(۱/۵ نمره)

مقادیر مجهول را حساب کنید.



$$2 \times x = 5 \times 4 \rightarrow x = 10 \quad (\text{نمره } 0/5)$$

$$y(y + 12) = (6\sqrt{3})^2 \rightarrow y(y + 12) = 108 \rightarrow y = 6 \quad (\text{نمره } 0/5)$$

(نمره ۰/۵)

سوال ۷

(۱/۵ نمره)

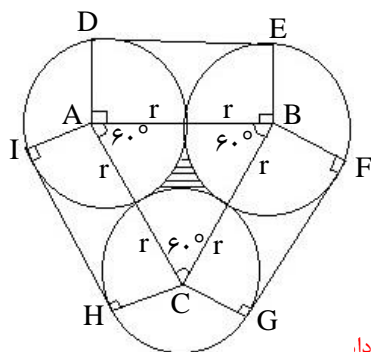
طول شعاع های دو دایره متخارج را به دست آورید که طول مماس مشترک خارجی آن ها مساوی $3\sqrt{7}$ و طول مماس مشترک داخلی آن ها $\sqrt{15}$ و طول خط مرکزین آن ها مساوی ۸ واحد است.

$$\begin{aligned} \text{رابطه طولی مماس مشترک خارجی} \quad (\text{نمره } 0/5) \quad (3\sqrt{7})^2 &= 8^2 - (R - R')^2 \rightarrow R - R' = 1 \\ \text{رابطه طولی مماس مشترک داخلی} \quad (\text{نمره } 0/5) \quad (\sqrt{15})^2 &= 8^2 - (R + R')^2 \rightarrow R + R' = 7 \end{aligned} \rightarrow 2R = 8 \rightarrow R = 4, R' = 3 \quad (\text{نمره } 0/5)$$

سوال ۸

(۱/۵ نمره)

سه دایره به شعاع r دو به دو بر هم مماسند و مطابق شکل با یک کُش به هم بسته شده اند. طول این کُش و مساحت ناحیه بین این سه دایره را بر حسب r محاسبه کنید.



$$HI = GF = 2r \rightarrow DE = AB = 2r \quad (\text{نمره } 0/25)$$

$$\text{طول کمان EF (روبرو به } 120^\circ \text{ درجه)} = \text{طول کمان HG} = \frac{1}{3}(2\pi r) \quad (\text{نمره } 0/25)$$

$$\text{طول کُش} = 3(2r) + 3 \times \frac{1}{3}(2\pi r) = 6r + 2\pi r \quad (\text{نمره } 0/25)$$

$$\text{مساحت ناحیه محدود به سه دایره} = S_{ABC} - 3S_{\text{قطاع}} = \frac{\sqrt{3}}{4}(2r)^2 - 3 \times \frac{1}{6}\pi r^2 = \frac{\sqrt{3}}{4}(2r)^2 - \frac{\pi r^2}{2} \quad (\text{نمره } 0/5)$$

باسمه تعالی

نام و نام خانوادگی:

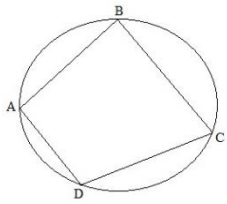
تاریخ آزمون: ۹۶/۱۰/۰۹

نام درس: هندسه ۲ - پایه یازدهم - ۱۲۰ دقیقه

نام مدرسه

سوال ۹

(۱/۵ نمره)



ثابت کنید در هر چهار ضلعی محاطی، دو زاویه مقابل مکمل هستند.

آیا عکس قضیه فوق هم درست است؟

$$\hat{A} + \hat{C} = \frac{\text{کمان } BCD}{2} + \frac{\text{کمان } BAD}{2} = \frac{\text{کمان } BCD + \text{کمان } BAD}{2} = \frac{360}{2} = 180 \quad (\text{نمره } 0/25)$$

$$\hat{B} + \hat{D} = \frac{\text{کمان } ADC}{2} + \frac{\text{کمان } ABC}{2} = \frac{360}{2} = 180 \quad (\text{نمره } 0/25)$$

عکس قضیه هم درست است. یعنی اگر زاویه های مقابل یک چهار ضلعی مکمل یکدیگر باشند آن گاه آن چهار ضلعی محاطی است.

(۰/۵ نمره)

سوال ۱۰

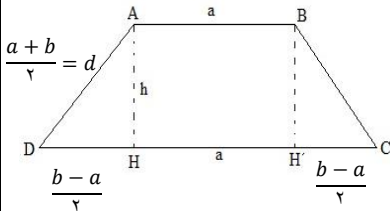
(۱/۵ نمره)

یک دوزنقه هم محیطی است هم محاطی. ثابت کنید مساحت آن برابر است با میانگین حسابی دو قاعده آن ضرب در میانگین هندسی آن ها.

دوزنقه محاطی است بنابراین متساوی الساقین می باشد. (نمره ۰/۲۵)

$$\text{دوزنقه محاطی است} \leftarrow a+b = 2d \leftarrow d = \frac{a+b}{2} \quad (\text{نمره } 0/25)$$

ارتفاع های AH و BH' را رسم می کنیم. داریم: $h^2 + \left(\frac{b-a}{2}\right)^2 = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2$ مثلث ADH



$$h^2 = \frac{(a+b)^2 - (b-a)^2}{4} \rightarrow h^2 = \frac{4ab}{4} \rightarrow h^2 = ab \rightarrow h = \sqrt{ab} \quad (\text{نمره } 0/5)$$

$$S = \frac{1}{2} h(a+b) = \frac{a+b}{2} \times \sqrt{ab} \quad (\text{نمره } 0/5)$$

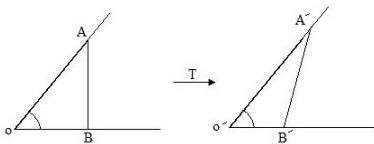
میانگین هندسی دو قاعده
میانگین حسابی دو قاعده

سوال ۱۱

(۱/۵ نمره)

ثابت کنید هر تبدیل طول یا (ایزومتري) اندازه زاویه را حفظ می کند.

فرض کنید تبدیل T طول پا است. در شکل داریم:



$$\left\{ \begin{array}{l} T(A) = A' \\ T(B) = B' \end{array} \right. \rightarrow T(AB) = A'B' \xrightarrow{\text{طول پا است}} AB = A'B' \quad (\text{نمره } 0/5)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} T(O) = O' \\ T(A) = A' \end{array} \right. \rightarrow T(OA) = O'A' \xrightarrow{\text{طول پا است}} OA = O'A'$$

$$\left\{ \begin{array}{l} T(O) = O' \\ T(B) = B' \end{array} \right. \rightarrow T(OB) = O'B' \xrightarrow{\text{طول پا است}} OB = O'B'$$

$$\xrightarrow{\text{اجزای متناظر}} \text{مثلث } OAB \cong \text{مثلث } O'A'B' \quad (\text{نمره } 0/5) \rightarrow \hat{O} = \hat{O}' \quad (\text{نمره } 0/5)$$

البته پیش فرض کتاب این است که تبدیل طول پا، خط را به صورت خط حفظ می کند

سوال ۱۲

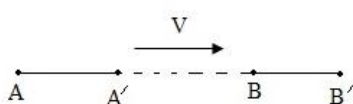
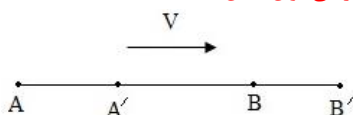
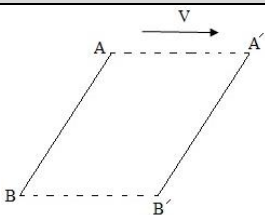
(۲ نمره)

ثابت کنید در هر انتقال، اندازه پاره خط با تصویرش برابر است.

حالت الف) اگر پاره خط دلخواه AB با بردار V موازی نباشد.

$$\left\{ \begin{array}{l} AA' = BB' = |V| \\ AA' \parallel BB' \end{array} \right. \rightarrow \text{متوازی اضلاع } AA'B'B \quad (\text{نمره } 0/5) \rightarrow AB = A'B'$$

حالت ب) اگر پاره خط AB موازی با بردار V باشد به کمک مجموع یا تفاضل پاره خط ها در دو حالت زیر می توان نشان داد: (نمره ۰/۵)



$$\begin{cases} AB = A'A + A'B \\ A'B' = A'B + BB' \rightarrow AB = A'B' \quad (1) \\ AA' = BB' \end{cases}$$

$$\begin{cases} AB = AA' - A'B \\ A'B' = BB' - A'B \rightarrow AB = A'B' \quad (2) \\ AA' = BB' \end{cases}$$

باسمه تعالی

نام و نام خانوادگی:

تاریخ آزمون: ۹۶/۱۰/۰۹

نام درس: هندسه ۲ - پایه یازدهم - ۱۲۰ دقیقه

نام مدرسه

(۲ نمره)

سوال ۱۳

در شکل، d_1 به موازات d_2 و به فاصله m از آن قرار دارد. بازتاب مثلث ABC را نسبت به d_1 رسم می کنیم و آن را $A'B'C'$ می نامیم. الف) بازتاب $A'B'C'$ را نسبت به d رسم کنید و آن را $A''B''C''$ بنامید.

ب) نشان دهید $AA'' = BB'' = CC'' = 2m$

ج) با چه تبدیلی می توان مثلث $A''B''C''$ را تصویر ABC دانست؟ چه نتیجه ای می گیرید؟

الف) رسم مناسب (۰/۵ نمره)

ب) $AA'' = AA' + A'A'' = 2HA' + 2H'A' = 2(HA' + H'A') = 2HH' = 2M \rightarrow AA' = BB'' = CC'' = 2M$ (۰/۵ نمره)

ج) با تبدیل انتقال (۰/۵ نمره) به طول بردار $2M$ (۰/۵ نمره)، تصویر $A''B''C''$ است و ترکیب دو تبدیل بازتاب متوالی نسبت به محورهای بازتاب موازی در این مسئله معادل انتقال است.

