

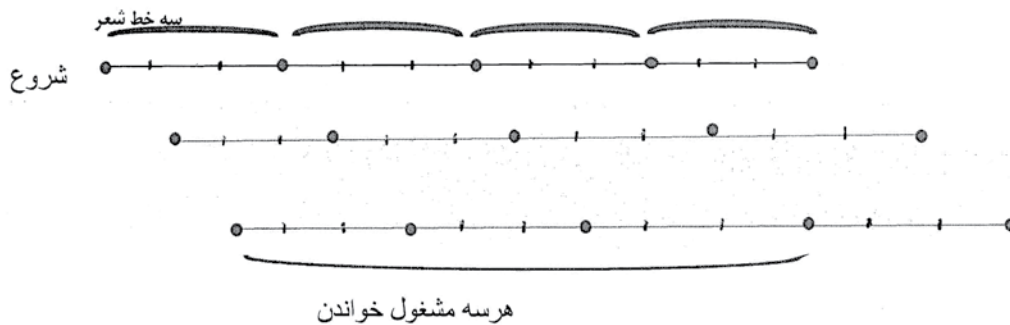


۱

اگر  $A = \{ ۱۲۳ \dots ۱۰ \}$  و  $B = \{ ۱۲۳ \dots ۱۷ \}$  و  $A \subseteq X \subseteq B$  باشند به جای  $X$  چند مجموعه می توان جا داد؟  
 پاسخ:  $2^{17-10} = 2^7 = 128$

۲

سه خواننده در یک اجرای موسیقی قرار است ۳ خط شعر را که مانند یک دیگرند بخوانند. اجرای هر خواننده زمانی پایان می یابد که او ۴ بار تکرارش کند. خواننده دوم زمانی شروع به خواندن می کند که خواننده اول شروع به خواندن خط دوم کند و خواننده سوم زمانی شروع به خواندن می کند که خواننده اول شروع به خواندن خط سوم کند. چه کسری از کل زمان خواندن سه خواننده با هم در حال خواندن هستند؟



هرسه مشغول خواندن

زمانی که خواننده اول کارش را شروع و به پایان می رساند،

زمانی که خواننده دوم کارش را روع و ره پایان می رساند

زمانی که خواننده سوم کارش را شروع و به پایان می رساند،

پاسخ:  $\frac{۵}{۷}$

۷



۳

۳- اگر  $x, y, z \in \mathbb{N}$  و  $y^2 = xz$  حاصل عبارت زیر همواره حاصل جمع چند مربع کامل است؟

پاسخ

$$\frac{(X-Y+Z)(X+Y+Z)}{= x^2+xy+xz-yx-y^2-yz+2x+zy+z^2 =}$$

$$= x^2-y^2+z^2+2xz$$

$$Y^2=xz \implies x^2-y^2+z^2+2y^2 = x^2+y^2+z^2$$

۴

معادله لاینه خط  $x+y=4$  نسبت به نقطه  $E = \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \end{bmatrix}$  چیست؟

پاسخ

$$x=0 \implies 0+y=4 \implies y=4 \implies A \begin{bmatrix} 0 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$E \text{ قرینه نسبت به } A \implies \vec{AE} = \begin{bmatrix} 2 \times 4 - 0 \\ 2 \times 1 - 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ -2 \end{bmatrix}$$

$$\text{معادله خط لاینه} \implies y - (-z) = -1(x-8) \implies y = -x+6$$

۵

در تقسیم عبارت  $x^3 - x^2 + x$  بر دو جمله ای  $x-3$  مقدار چند جمله ای خارج قسمت به ازای  $x=2$  چیست؟  
پاسخ:

$$\begin{array}{r|l} x^3 - x^2 + x & x-3 \\ \hline x^3 - 3x^2 & x^2 - x - 2 \implies (x-2) \implies 4-2-2 = 0 \\ \hline -x^2 + x & \\ \hline -x^2 + 3x & \\ \hline -2x & = -6 \end{array}$$