

۱- حاصل عبارت زیر را به صورت یک عدد تواندار بنویسید (۱/۵ نمره)

$$\frac{۱۶^۳ \times ۶^{۱۲}}{۱۲^۸} =$$

$$= \frac{(۲^۴)^۳ \times ۶^{۱۲}}{۱۲^۸} = \frac{۲^{۱۲} \times ۶^{۱۲}}{۱۲^۸} = \frac{۱۲^{۱۲}}{۱۲^۸} = ۱۲^۴$$

۲- اگر $۲^a = ۵$ و $۵^b = ۲$ باشد، حاصل $۷^{ab} - ۶$ را حساب کنید. (۱/۵ نمره)

$$۵^b = ۲ \Rightarrow (۲^a)^b = ۲ \Rightarrow ۲^{ab} = ۲^1$$

$$\Rightarrow ab = 1 \Rightarrow ۷^{ab} = ۷^1 \Rightarrow ۷ - ۶ = 1$$

بنابراین

$$۷^{ab} - ۶ = 1$$

۳- اگر $xy = ۱۲$ و $x + y = ۷$ باشد، مقدار $(x - y)^2$ را حساب کنید. (۱/۵ نمره)

$$(x - y)^2 = x^2 + y^2 - 2xy \Rightarrow$$

$$(x - y)^2 = (x + y)^2 - 2xy - 2xy \Rightarrow$$

$$(x - y)^2 - 4xy = 7^2 - 4 \times 12 = 49 - 48 = 1$$

۴- مقدار عددی عبارت مقابل را به ازای $a = -3$ و $b = 2$ و $c = 1$ بدست آورید (۱/۵ نمره)

$$\frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} =$$

$$\frac{-2 + \sqrt{2^2 - 4 \times (-3) \times 1}}{2 \times (-3)} = \frac{-2 + \sqrt{4 + 12}}{-6} =$$

$$\frac{-2 + 4}{-6} = \frac{2}{-6} = -\frac{1}{3}$$

۵- عبارت جبری زیر را تجزیه کنید. (۲ نمره)

$$x^3 - 3x + 2$$

از دسته بندی استفاده می کنیم

$$x^3 - 3x + 2 =$$

$$x^3 - 4x + x + 2 =$$

$$x(x^2 - 4) + (x + 2) =$$

مزدوج

$$x(x - 2)(x + 2) + (x + 2) =$$

مشترک مشترک

$$(x + 2)(x(x - 2) + 1) = (x + 2)(x^2 - 2x + 1) = (x + 2)(x - 1)^2$$

۶- معادله زیر را حل کنید (۱/۵ نمره)

$$\frac{3-x}{2} - \frac{2x-5}{3} = -\frac{8}{3}$$

دو طرف را در ۶ ضرب می کنیم

$$3(3-x) - 2(2x-5) = -\frac{8}{3} \Rightarrow 9-3x-4x+10 = -16$$

$$\Rightarrow -7x+19 = -16 \Rightarrow -7x = -35 \Rightarrow x = 5$$

۷- اگر $\vec{a} = 2i - 2j$ و $\vec{b} = j + 2i$ باشد، مختصات بردار $\vec{x} = 2a - 3b$ را بر حسب i و j بنویسید (۱/۵ نمره)

$$\vec{a} = \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \end{bmatrix}, \vec{b} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\vec{x} = 2 \times \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \end{bmatrix} - 3 \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ -4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -6 \\ -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ -7 \end{bmatrix}$$

$$= -2i - 7j = -2i - 7j$$

۸- نقطه $A = \begin{bmatrix} 2m-1 \\ 1-3n \end{bmatrix}$ بر محور طول ها و نقطه $B = \begin{bmatrix} m+2 \\ 3n-2 \end{bmatrix}$ بر محور عرض ها واقع اند. مختصات بردار \vec{AB} را بدست آورید. (۲ نمره)

چون نقطه A بر روی محور طول ها واقع است، پس عرض آن صفر می باشد

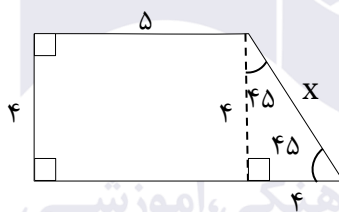
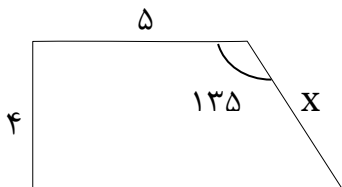
$$1-3n=0 \Rightarrow n=\frac{1}{3}$$

و چون نقطه B بر روی محور عرض ها واقع است، پس طول آن صفر است

$$m+2=0 \Rightarrow m=-2 \Rightarrow A = \begin{bmatrix} -5 \\ 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix} \Rightarrow$$

$$\vec{AB} = B - A = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -5 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ -1 \end{bmatrix}$$

۹- در شکل زیر مقدار x را حساب کنید. (۱/۵ نمره)



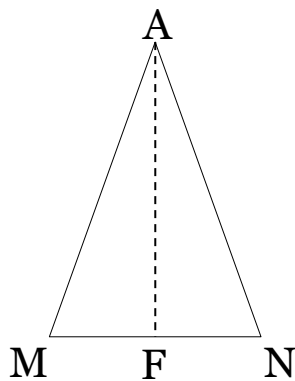
$$x^2 = 4^2 + 4^2$$

$$x^2 = 16 + 16 = 32$$

$$x = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$$

۱۰- در شکل مقابل، زاویه های M و N با هم برابرند و نیمساز زاویه A را رسم کرده ایم، دلیل هم نهشتی دو مثلث AMF و

ANF را بیان کرده و از آنجا نتیجه بگیرید $AM=AN$ (۲ نمره)



چون $\hat{M} = \hat{N}$ و AF نیمساز زاویه A می باشد $\hat{A}_1 = \hat{A}_2$ می باشد، پس زاویه های سوم مثلث یعنی $\hat{F}_1 = \hat{F}_2$ می باشد.

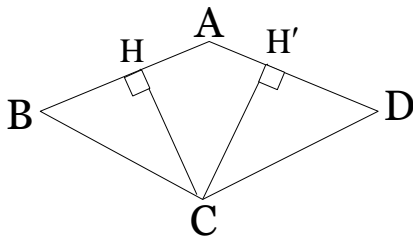
$$\left. \begin{array}{l} \hat{A}_1 = \hat{A}_2 = \text{نیم ساز} \\ \hat{M} = \hat{N} = \text{فرض مسئله} \\ \hat{F}_1 = \hat{F}_2 = \text{توضیح بالا} \end{array} \right\} \Delta AMF \cong \Delta ANF \xrightarrow{\text{اجزای متناظر}} AM = AN$$

۱۱- در یک چهارضلعی، هر دو زاویه مجاور مکمل هم هستند. ثابت کنید این چهارضلعی یک متوازی الاضلاع است. (۲ نمره)



$$\begin{cases} x + y = 180 \\ y + z = 180 \end{cases} \Rightarrow x = z \Rightarrow \text{ضلع های مقابل موازی هستند پس چهارضلعی متوازی الاضلاع است}$$

۱۲- چهارضلعی ABCD لوزی می باشد و $CH \perp AB$ و $CH' \perp AD$ می باشد. دلیل هم نهستی دو مثلث BCH و CDH' را بنویسید. (۱/۵ نمره)



$$\left. \begin{array}{l} BC = CD \quad \text{خا صیت لوزی (وتر)} \\ \hat{B} = \hat{D} \quad \text{خا صیت لوزی (زاویه تند)} \\ \hat{H} = \hat{H}' = 90^\circ \end{array} \right\} \rightarrow \triangle BCH \cong \triangle DCH'$$